

Paradoks Kerangka Waktu: Bukti Terverifikasi bahwa Sebuah Deret Harga Dapat Secara Simultan Menunjukkan Tren Naik dan Tren Turun pada Resolusi Pengamatan yang Berbeda

Jason Hartanto - 13525050

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jalan Ganesha 10 Bandung

E-mail: jeasonhartanto@gmail.com , 13525050@std.stei.itb.ac.id

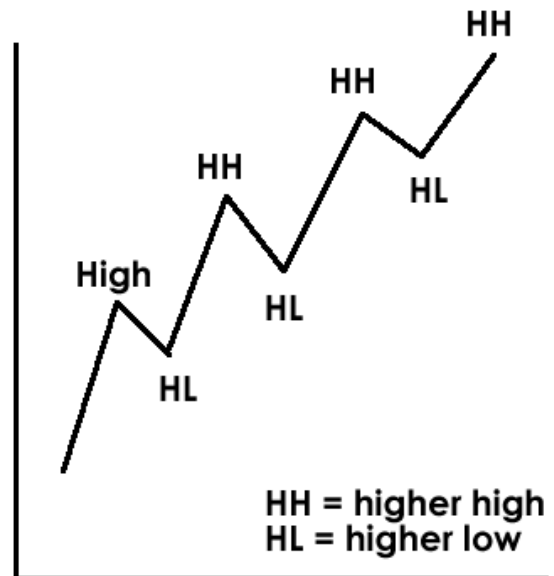
Abstrak—Analisis teknikal pasar finansial bergantung pada konsep tren harga arah dominan pergerakan harga pada periode pengamatan tertentu. Praktisi sering menerapkan analisis multi kerangka waktu dan kerap mengamati bahwa sebuah instrumen dapat terlihat berada dalam tren naik pada satu kerangka waktu, namun tren turun pada kerangka waktu lainnya. Makalah ini memformalkan tren harga menggunakan definisi berbasis *swing* pada deret bilangan real berhingga, dan mendefinisikan resolusi pengamatan melalui fungsi subsampling σ_2 . Saya mengonstruksi secara eksplisit dan memverifikasi secara komputasional sebuah deret harga P sepanjang 16 elemen sedemikian hingga P sendiri merupakan tren naik valid orde 2 berdasarkan struktur *swing*-nya sendiri, sementara hasil subsampling $\sigma_2(P)$ secara simultan merupakan tren turun valid orde 2. Hal ini menetapkan Paradoks Kerangka Waktu sebagai sebuah teorema dalam matematika diskrit. Hasil ini mengimplikasikan bahwa konsistensi arah tren antar resolusi pengamatan tidak dapat diasumsikan secara sembarangan, tren merupakan properti relasional terhadap pasangan (deret, resolusi), dan makalah ini menyediakan bukti konstruktif atas kemungkinan tersebut.

Kata Kunci: matematika diskrit; deret terurut; predikat relasional; tren harga; subsampling; pembuktian konstruktif

I. PENDAHULUAN

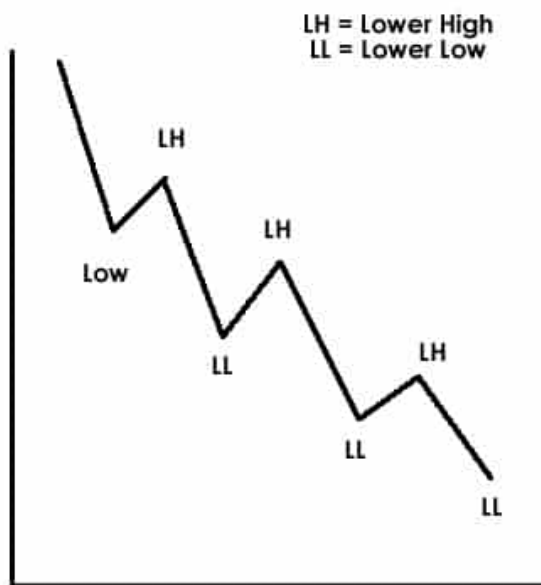
Analisis teknikal pada dasarnya merupakan sebuah praktik yang menggunakan data historis pasar, terutama data yang berkaitan dengan harga maupun volume transaksi. Data ini digunakan untuk menebak kemana pergerakan harga di masa depan dalam jangka waktu tertentu. Salah satu konsep paling dikenal dan sering digunakan dalam analisis teknikal adalah tren harga. Tren harga merupakan kecenderungan arah pergerakan harga suatu instrumen dalam periode pengamatan tertentu [1], [2].

Definisi yang paling umum digunakan berasal dari Teori Dow dan dipopulerkan oleh Murphy, yang mendefinisikan tren naik sebagai rangkaian *Higher High* (HH) dan *Higher Low* (HL), dengan setiap puncak dan lembah berturutan melebihi yang sebelumnya. Tren turun didefinisikan secara simetris sebagai *Lower Low* (LL) dan *Lower High* (LH). Meskipun digunakan secara hampir universal tetapi definisi ini hampir selalu diterapkan tanpa menyebutkan resolusi pengamatan seperti kerangka waktu atau interval pengambilan sampel di mana titik *swing* diidentifikasi.



Gambar 1. Ilustrasi *Higher High* (HH) dan *Higher Low* (HL)

Diambil dari
(<https://www.prajinvestments.com/how-to-trade-with-trends/>)



Gambar 2. Ilustrasi *Lower High*(LH) dan *Lower Low*(LL)

Diambil dari
(<https://pintu.co.id/blog/apa-itu-bullish-dan-bearish-divergence-dalam-trading-crypto>)

Dari kelalaian ini muncul fenomena yang sudah dikenal baik oleh pelaku pasar, namun belum terdapat analisis formal yang menjelaskannya, yaitu sebuah instrumen finansial yang sama, pada saat yang sama, dapat terlihat berada dalam tren naik ketika dianalisis pada satu kerangka waktu, dan tren turun ketika dianalisis pada kerangka waktu lainnya. Para trader sering menghadapi hal ini dan mencoba untuk menghadapi permasalahan ini dengan pengambilan keputusan yang lebih sederhana seperti “utamakan saja kerangka waktu yang lebih tinggi” namun tidak ada justifikasi matematis dalam pengambilan keputusan semacam itu. Paradoks dalam makalah ini didefinisikan secara sintaksis matematis pada ranah deret bilangan real, bukan sebagai fenomena statistik yang lazim terjadi di pasar finansial.

Makalah ini menjawab keputusan tersebut menggunakan pendekatan dari matematika diskrit. Secara spesifik, saya mengajukan pertanyaan, secara matematis apakah mungkin untuk sebuah deret harga berhingga P menjadi tren naik yang valid pada resolusinya sendiri, sementara versi subsampling dari P yang merepresentasikan resolusi pengamatan yang lebih kasar secara simultan menjadi tren turun? Saya menjawab pertanyaan ini secara afirmatif melalui konstruksi eksplisit yang terverifikasi.

Kontribusi makalah ini adalah:

- Definisi formal *swing high*, *swing low*, dan tren valid orde k menggunakan predikat relasional pada deret terurut.
- Definisi formal resolusi pengamatan sebagai fungsi subsampling σ_s pada deret berhingga.

- Pembuktian secara konstruktif terhadap Paradoks Kerangka Waktu, dengan verifikasi langkah demi langkah secara lengkap.
- Diskusi mengenai implikasi: tren merupakan properti relasional yang bergantung pada resolusi.

II. LANDASAN TEORI

Definisi dan pembuktian pada makalah ini disusun menggunakan konsep dasar matematika diskrit yang dipelajari pada mata kuliah IF1220 Matematika Diskrit, khususnya pada bagian kuliah Logika dan Penalaran serta Relasi dan Fungsi [7], [8].

A. Predikat dan Kuantor

Sebuah proposisi adalah pernyataan yang bernilai benar atau salah, tetapi tidak keduanya [7]. Pernyataan yang melibatkan peubah, seperti " $x > 3$ ", disebut predikat dan dilambangkan $P(x)$. Predikat menjadi proposisi setelah dikuantifikasi: $\forall x P(x)$ (kuantor universal, "untuk semua x ") atau $\exists x P(x)$ (kuantor eksistensial, "terdapat x ") [7].

Definisi 2 hingga 6 pada makalah ini sepenuhnya berbentuk predikat berkuantor. Misalnya, $UP(P, r)$ pada Definisi 6 mengandung kuantor universal $\forall j \in \{1, \dots, r\}$. Teorema 1 berbentuk pernyataan eksistensial "terdapat deret P sedemikian hingga", yang dibuktikan dengan menunjukkan satu contoh konkret yang memenuhi predikat tersebut teknik yang disebut pembuktian konstruktif.

B. Relasi Pengurutan Parsial

Relasi R pada himpunan S disebut relasi pengurutan parsial jika R bersifat refleksif, tolak setangkup (antisimetris), dan transitif [8]. Pasangan (S, R) disebut poset (partially ordered set). Relasi " $<$ " pada $\mathbb{R}$ adalah relasi pengurutan total karena setiap dua elemen dapat dibandingkan, dan menjadi fondasi seluruh definisi *swing* pada makalah ini [8].

Predikat $UP(P, r)$ dan $DOWN(P, r)$ adalah pernyataan tentang keterurutan sub deret $H(P)$ dan $L(P)$ di bawah relasi " $<$ ", $UP(P, r)$ menyatakan bahwa $H(P)$ dan $L(P)$ bersifat *strictly increasing* untuk r elemen pertama, sedangkan $DOWN(P, r)$ menyatakan *strictly decreasing*. Paradoks Kerangka Waktu menunjukkan bahwa relasi pengurutan yang sama dapat menghasilkan dua kesimpulan berlawanan ketika diterapkan pada dua sub deret berbeda dari data yang sama, yaitu P dan $\sigma_2(P)$.

C. Fungsi dan Subsampling

Fungsi $f: A \rightarrow B$ adalah relasi dari A ke B di mana setiap elemen $a \in A$ berpasangan tepat dengan satu elemen $f(a) \in B$ [8]. Fungsi subsampling σ_s pada Definisi 7 adalah fungsi dalam pengertian baku ini didapatkan bahwa setiap deret P dapat dipetakan ke deret $\sigma_s(P)$ yang lebih pendek dengan aturan tunggal untuk mengambil elemen ke- s , ke- $2s$, ke- $3s$, dan seterusnya.

Perlu dicatat bahwa σ_1 adalah fungsi identitas ($\sigma_1(P) = P$), sedangkan σ_2 adalah fungsi yang memetakan deret P ke sub deret dengan separuh panjangnya. Komposisi predikat UP

dengan σ_1 dan DOWN dengan σ_2 menghasilkan dua predikat komposit yang secara struktural independen, hal inilah alasan mengapa keduanya dapat bernilai benar secara bersamaan, sebagaimana dibuktikan pada Bagian III.

III. DEFINISI FORMAL

Data harga didefinisikan sebagai deret berhingga dari bilangan real positif. Seluruh definisi menggunakan predikat relasional standar pada $\mathbb{R}$.

A. Deret Harga dan Notasi Dasar

Definisi 1 (Deret Harga). Deret harga sepanjang n adalah deret berhingga:

$$P = (p_1, p_2, \dots, p_n), p_i \in \mathbb{R}^+ \text{ untuk semua } i \in \{1, \dots, n\}$$

Setiap elemen p_i merepresentasikan harga penutupan pada akhir periode waktu ke- i .

B. Swing High dan Swing Low

Definisi 2 (Swing High). Elemen p_i dari P adalah *swing high* jika dan hanya jika:

$$p_{i-1} < p_i \wedge p_i > p_{i+1}, \text{ untuk } 2 \leq i \leq n-1$$

Swing Highs



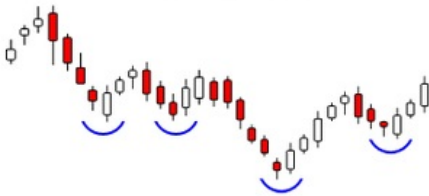
Gambar 1. Ilustrasi *swing high*

Diambil dari (<https://www.dupoin.co.id/insights/market-analysis/43002>)

Definisi 3 (Swing Low). Elemen p_i dari P adalah *swing low* jika dan hanya jika:

$$p_{i-1} > p_i \wedge p_i < p_{i+1}, \text{ untuk } 2 \leq i \leq n-1$$

Swing Lows



Gambar 2. Ilustrasi *swing low*

Diambil dari (<https://www.dupoin.co.id/insights/market-analysis/43002>)

Notasi. Misalkan $H(P) = (H_1, H_2, \dots, H_m)$ menyatakan sub deret terurut dari seluruh nilai *swing high* P , dan $L(P) = (L_1, L_2, \dots, L_k)$ sub deret terurut dari seluruh nilai *swing low*, keduanya berdasarkan urutan kemunculan.

C. Tren Valid Orde r

Definisi 4 (Higher High pada langkah j). $HH(j) \Leftrightarrow H_{j+1} > H_j$

Definisi 5 (Higher Low pada langkah j). $HL(j) \Leftrightarrow L_{j+1} > L_j$

Definisi 6 (Tren Naik Valid orde r). Sebuah deret P menunjukkan tren naik valid orde r , dinotasikan $UP(P, r)$, jika dan hanya jika:

$$|H(P)| \geq r+1 \wedge |L(P)| \geq r+1 \wedge \forall j \in \{1, \dots, r\}: HH(j) \wedge HL(j)$$

Definisi simetris untuk tren turun menggunakan $LH(j) \Leftrightarrow H_{j+1} < H_j$ dan $LL(j) \Leftrightarrow L_{j+1} < L_j$, menghasilkan $DOWN(P, r)$.

D. Resolusi Pengamatan melalui Subsampling

Definisi 7 (Fungsi subsampling σ_s). Diberikan deret harga P sepanjang n dan stride $s \geq 1$, deret hasil subsampling pada stride s adalah:

$$\sigma_s(P) = (p_s, p_{2s}, p_{3s}, \dots, p_{\lfloor n/s \rfloor})$$

Untuk $s = 1$, $\sigma_1(P) = P$. Untuk $s = 2$, $\sigma_2(P) = (p_2, p_4, p_6, \dots)$ setiap elemen kedua, yang bersesuaian dengan harga penutupan pada kerangka waktu dua kali lebih panjang.

Definisi 8 (Resolusi Pengamatan T dan $2T$). Saya menyatakan P diamati pada resolusi T ketika tren dinilai pada $\sigma_1(P) = P$. Saya menyatakan P diamati pada resolusi $2T$ ketika tren dinilai pada $\sigma_2(P)$. Konflik tren terjadi ketika $UP(\sigma_1(P), r)$ dan $DOWN(\sigma_2(P), r)$ berlaku secara bersamaan.

Catatan. Fungsi subsampling σ_s pada Definisi 7 secara eksplisit merepresentasikan deret harga penutupan (*closing price*) yang diambil pada interval yang lebih panjang. Meskipun data pasar finansial riil umumnya disajikan dalam bentuk candlestick OHLC (*Open High Low Close*), fokus pada harga penutupan merupakan praktik standar dalam analisis teknikal dan telah digunakan secara luas dalam literatur [2][3]. Model ini secara akurat merefleksikan praktik di lapangan: grafik 10 menit diperoleh dari grafik 5 menit dengan mempertahankan setiap harga penutupan kedua, yang secara tepat merupakan σ_2 yang diterapkan pada deret 5 menit. Perluasan kerangka kerja ke model OHLC yang lebih kaya informasi diserahkan sebagai pekerjaan di masa mendatang.

IV. TEOREMA UTAMA DAN BUKTI TERVERIFIKASI

A. Pernyataan Teorema

Teorema 1 (Paradoks Kerangka Waktu). Terdapat deret harga berhingga P sedemikian hingga $UP(P, 2)$ dan $DOWN(\sigma_2(P), 2)$ berlaku secara simultan.

Saya membuktikan ini melalui konstruksi eksplisit dan verifikasi penuh.

B. Konstruksi

Misalkan P adalah deret berikut dengan 16 elemen:

$$P = (382, 4, 99, 254, 198, 135, 300, 154, 356, 41, 99, 122, 482, 12, 479, 304)$$

Deret hasil subsampling pada stride 2 adalah:

$$\begin{aligned}\sigma_2(P) &= (p_2, p_4, p_6, p_8, p_{10}, p_{12}, p_{14}, p_{16}) \\ &= (4, 254, 135, 154, 41, 122, 12, 304)\end{aligned}$$

C. Verifikasi: $UP(P, 2)$

Saya mengidentifikasi seluruh *swing high* dan *swing low* dari P menggunakan Definisi 2 dan 3, kemudian memverifikasi kondisi HH dan HL.

Swing High dari P :

$$\begin{aligned}p_4 = 254: p_3=99 < 254 > 198=p_5 &\rightarrow H_1 = 254 \\ p_7 = 300: p_6=135 < 300 > 154=p_8 &\rightarrow H_2 = 300 \\ p_9 = 356: p_8=154 < 356 > 41=p_{10} &\rightarrow H_3 = 356 \\ p_{13} = 482: p_{12}=122 < 482 > 12=p_{14} &\rightarrow H_4 = 482 \\ p_{15} = 479: p_{14}=12 < 479 > 304=p_{16} &\rightarrow H_5 = 479\end{aligned}$$

Swing Low dari P :

$$\begin{aligned}p_2 = 4: p_1=382 > 4 < 99=p_3 &\rightarrow L_1 = 4 \\ p_6 = 135: p_5=198 > 135 < 300=p_7 &\rightarrow L_2 = 135 \\ p_8 = 154: p_7=300 > 154 < 356=p_9 &\rightarrow L_3 = 154 \\ p_{10} = 41: p_9=356 > 41 < 99=p_{11} &\rightarrow L_4 = 41 \\ p_{14} = 12: p_{13}=482 > 12 < 479=p_{15} &\rightarrow L_5 = 12\end{aligned}$$

Jadi, $H(P) = (254, 300, 356, 482, 479)$ dan $L(P) = (4, 135, 154, 41, 12)$.

Verifikasi Higher High (orde 2):

$$\begin{aligned}HH(1): H_2 > H_1? 300 > 254 \\ HH(2): H_3 > H_2? 356 > 300\end{aligned}$$

Verifikasi Higher Low (orde 2):

$$\begin{aligned}HL(1): L_2 > L_1? 135 > 4 \\ HL(2): L_3 > L_2? 154 > 135\end{aligned}$$

Catatan penting. Meskipun terdapat dua *swing low* tambahan, yaitu $L_4 = 41$ dan $L_5 = 12$, kehadiran keduanya tidak memengaruhi validitas tren naik orde 2. Berdasarkan Definisi 6, predikat $UP(P, 2)$ hanya mewajibkan pemeriksaan pada $j \in \{1, 2\}$, yaitu dua langkah pertama dari sub deret

swing low. Karena $L_1 < L_2 < L_3$ terpenuhi, kondisi HL(1) dan HL(2) tetap sah, terlepas dari nilai L_4 dan L_5 .

Kesimpulan: Seluruh kondisi pada Definisi 6 terpenuhi. $UP(P, 2)$ berlaku.

D. Verifikasi: $DOWN(\sigma_2(P), 2)$

Misalkan $Q = \sigma_2(P) = (4, 254, 135, 154, 41, 122, 12, 304)$. Saya mengidentifikasi *swing high* dan *swing low* dari Q dan memverifikasi kondisi LH dan LL.

Swing High dari Q :

$$\begin{aligned}q_2 = 254: q_1=4 < 254 > 135=q_3 &\rightarrow H'_1 = 254 \\ q_4 = 154: q_3=135 < 154 > 41=q_5 &\rightarrow H'_2 = 154 \\ q_6 = 122: q_5=41 < 122 > 12=q_7 &\rightarrow H'_3 = 122\end{aligned}$$

Swing Low dari Q :

$$\begin{aligned}q_3 = 135: q_2=254 > 135 < 154=q_4 &\rightarrow L'_1 = 135 \\ q_5 = 41: q_4=154 > 41 < 122=q_6 &\rightarrow L'_2 = 41 \\ q_7 = 12: q_6=122 > 12 < 304=q_8 &\rightarrow L'_3 = 12\end{aligned}$$

Verifikasi Lower High (orde 2):

$$\begin{aligned}LH(1): H'_2 < H'_1? 154 < 254 \\ LH(2): H'_3 < H'_2? 122 < 154\end{aligned}$$

Verifikasi Lower Low (orde 2):

$$\begin{aligned}LL(1): L'_2 < L'_1? 41 < 135 \\ LL(2): L'_3 < L'_2? 12 < 41\end{aligned}$$

Kesimpulan: Seluruh kondisi definisi tren turun terpenuhi. $DOWN(\sigma_2(P), 2)$ berlaku.

E. Pembuktian Teorema 1

Deret P yang dikonstruksi pada Bagian III.B memenuhi $UP(P, 2)$ dan $DOWN(\sigma_2(P), 2)$ secara simultan. Dengan demikian, Teorema 1 terbukti melalui konstruksi.

Catatan mengenai verifikasi komputasional. Kedua verifikasi tersebut telah dikonfirmasi secara independen oleh program Python yang mengimplementasikan Definisi 2–6 secara tepat. Program tersebut mendeteksi seluruh *swing low* P , yaitu $L(P) = (4, 135, 154, 41, 12)$, namun karena kondisi HL hanya dievaluasi untuk dua elemen pertama (sesuai orde $r=2$), keluarannya tetap $UP(P, 2) = \text{True}$, dan $DOWN(\sigma_2(P), 2) = \text{True}$.

V. MENGAPA PARADOKS INI TIDAK TRIVIAL

Setelah semua uraian tersebut, akan sangat wajar untuk bertanya seperti apakah hasil ini, apakah hanya sekadar konsekuensi dari P yang memiliki struktur osilasi kompleks, bukan paradoks yang sesungguhnya? Saya menjawab dengan mengklarifikasi apa yang membuat konstruksi ini mengejutkan.

Pengamatan kuncinya adalah deteksi *swing* pada resolusi T (diterapkan pada seluruh P) dan deteksi *swing* pada resolusi

2T (diterapkan pada $\sigma_2(P)$) beroperasi pada struktur ketetanggaan (neighborhood) yang berbeda. *Swing high* pada posisi i di P dideteksi dengan membandingkan p_i dengan tetangga langsungnya p_{i-1} dan p_{i+1} . *Swing high* pada $\sigma_2(P)$ di posisi j dideteksi dengan membandingkan p_{2j} dengan p_{2j-2} dan p_{2j+2} tetangga yang berjarak dua langkah di P .

Kedua struktur ketetanggaan ini secara struktural independen: struktur *swing* dari $\sigma_2(P)$ bukan merupakan pembatasan sederhana dari struktur *swing* P . Akibatnya, dimungkinkan dan konstruksi saya menunjukkan hal ini bahwa progresi ekstrema *swing* pada P dapat menunjuk ke arah berlawanan dari progresi ekstrema *swing* pada $\sigma_2(P)$.

Catatan mengenai kesulitan konstruksi. Menemukan P semacam ini bukanlah hal yang trivial. Pencarian sistematis awal pada ruang parameter terstruktur yang difokuskan pada emiten emiten yang terdaftar dalam IHSG gagal menemukan satupun contoh valid. Konstruksi akhirnya ditemukan melalui pengambilan sampel acak (random search) pada rentang bilangan bulat $[1, 500]$ untuk deret sepanjang 16 elemen. Hal ini mengindikasikan bahwa konstruksi valid tergolong jarang, dan bahwa paradoks ini meskipun mungkin tidak muncul dari pola yang sederhana atau jelas.

VI. DISKUSI

A. Tren Bergantung pada Resolusi

Teorema 1 menetapkan bahwa validitas tren bukan merupakan properti intrinsik dari sebuah deret harga. Validitas tren adalah properti dari pasangan $(P, \text{resolusi})$. Dengan pernyataan “ P sedang berada dalam tren naik” secara formal tidak lengkap tanpa menyebutkan resolusi pengamatan s .

Hal ini memformalkan apa yang dialami *trader* secara empiris, apabila dua analisis yang menggunakan instrumen yang sama namun kerangka waktu yang berbeda dapat secara simultan mencapai kesimpulan yang kontradiktif namun keduanya valid secara lokal. Teorema 1 membuktikan bahwa ini bukan akibat dari kesalahan, melainkan konsekuensi matematis yang dapat dibuktikan.

B. Konflik Multi Kerangka Waktu Secara Matematis Diharapkan

Aturan praktis seperti “ikuti tren kerangka waktu yang lebih tinggi” secara implisit mengasumsikan bahwa satu resolusi menghasilkan penilaian tren yang lebih “benar”. Dalam kerangka kerja saya, asumsi ini tidak memiliki dasar matematis: $UP(P, 2)$ dan $DOWN(\sigma_2(P), 2)$ keduanya merupakan pernyataan yang secara simultan valid mengenai data yang sama.

Preferensi terhadap kerangka waktu yang lebih tinggi dapat dijustifikasi atas dasar praktis, namun ini adalah argumen ekonomi, bukan argumen matematis. Dari perspektif yang murni formal, tidak ada resolusi yang lebih diistimewakan.

C. Peran Relasi Urutan

Seluruh konstruksi bertumpu pada satu fondasi matematis: relasi urutan total ketat $<$ pada $\mathbb{R}$, yang diterapkan secara lokal melalui predikat relasional (Definisi 2–5). Paradoks ini muncul karena relasi pengurutan yang sama, diterapkan pada resolusi pengambilan sampel yang berbeda, menghasilkan struktur komparatif yang berbeda pada data yang sama.

Properti dari sebuah deret bukanlah sesuatu yang absolut, melainkan bergantung pada suatu tingkat detail dari sebuah pengamatan deret tersebut. Pengurutan elemen tetap dipertahankan di bawah *subsampling*, namun struktur ekstrim lokal tidak dipertahankan. Justru ketidakpeliharaan struktur ekstrim lokal di bawah σ_2 inilah yang membuat paradoks ini mungkin terjadi.

D. Generalisasi

Konjektur 1. Untuk setiap $k \geq 2$ dan setiap stride $s \geq 2$, terdapat deret harga berhingga P sedemikian hingga $UP(\sigma_1(P), k)$ dan $DOWN(\sigma_s(P), k)$ berlaku secara simultan.

Saya tidak membuktikan konjektur ini di sini. Metode konstruksi yang digunakan pada Teorema 1 dapat diterapkan untuk mencari saksi (witness) pada nilai k dan s yang lebih besar.

E. Keterbatasan

Model yang digunakan dalam makalah ini dibangun di atas deret harga penutupan dan mensyaratkan pertidaksamaan ketat untuk mendeteksi *swing*. Ini berarti data riil yang umumnya hadir dalam bentuk candlestick OHLC serta kemungkinan adanya nilai harga yang sama belum tertampung secara langsung.

Untuk melihat apakah fenomena ini muncul secara alami di pasar, saya melakukan penelusuran awal pada data harga penutupan harian dari emiten IHSG dan BTC/USDT, dengan total lebih dari 8 juta titik data. Namun, penelusuran ini memiliki batasan karena saya belum memiliki akses ke data *tick by tick* atau OHLC. Akibatnya, hasil negatif yang saya peroleh hanya bersifat indikatif dan tidak cukup kuat untuk menyimpulkan probabilitas kemunculan paradoks ini di pasar riil secara umum. Ke depan, perluasan basis data dan pengembangan metode pencarian yang lebih sistematis tentu menjadi pekerjaan terbuka yang menarik untuk ditindaklanjuti.

Selain itu, meskipun pembuktian saya bersifat konstruktif dengan menyajikan satu deret saksi secara eksplisit, metode penemuan deret tersebut masih mengandalkan pencarian acak pada ruang parameter, bukan rumus tertutup. Menemukan konstruksi deterministik yang lebih analitik tentu akan memperkaya hasil ini.

VII. KESIMPULAN

Saya telah membuktikan secara formal Paradoks Kerangka Waktu, sebuah deret harga tunggal P sepanjang 16 elemen dapat secara simultan menjadi tren naik valid orde 2 pada resolusi pengamatan T , dan melalui rekan sub samplingnya $\sigma_2(P)$, menjadi tren turun valid orde 2 pada resolusi $2T$. Pembuktian dilakukan melalui konstruksi eksplisit dengan

verifikasi langkah demi langkah secara lengkap, yang dikonfirmasi secara independen melalui komputasi.

Perangkat matematis yang digunakan deret terurut, predikat relasional, kuantifikasi universal dan eksistensial, fungsi subsampling, dan pembuktian konstruktif semuanya merupakan perangkat standar dalam matematika diskrit. Hasil ini tidak trivial, pencarian sistematis pada banyak kemungkinan gagal menemukan konstruksi valid, yang akhirnya ditemukan melalui pengambilan sampel acak.

Wawasan utamanya adalah bahwa tren merupakan properti relasional yang bergantung pada resolusi pengamatan dalam ranah logika matematis. Meskipun secara formal kedua resolusi memiliki kedudukan yang setara, secara praktis preferensi terhadap kerangka waktu yang lebih tinggi tetap dapat dijustifikasi secara statistik dan ekonomis, karena sinyal jangka panjang cenderung memiliki rasio signal to noise yang lebih tinggi serta lebih tahan terhadap fluktuasi acak jangka pendek. Namun, justifikasi tersebut berada di luar ranah matematis makalah ini dan tidak mengurangi validitas teoritis dari Paradoks Kerangka Waktu yang telah dibuktikan.

Arah penelitian selanjutnya meliputi membuktikan Konjektur 1 untuk k dan s yang sembarang serta menemukan konstruksi closed form untuk P yang valid dan mengkarakterisasi probabilitas deret yang memungkinkan paradoks di bawah model harga stokastik standar, dan memperluas kerangka kerja ini ke data OHLC.

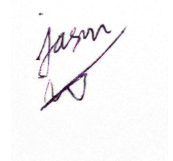
REFERENSI

- [1]C. H. Dow, editorial dalam The Wall Street Journal, 1899–1902, dicetak ulang dalam S. A. Nelson, The ABC of Stock Speculation. New York: S. A. Nelson, 1903.
- [2]J. J. Murphy, Technical Analysis of the Financial Markets. New York: New York Institute of Finance, 1999.
- [3]R. D. Edwards, J. Magee, dan W. H. C. Bassetti, Technical Analysis of Stock Trends, edisi ke-11. Boca Raton: CRC Press, 2018.
- [4]K. H. Rosen, Discrete Mathematics and Its Applications, edisi ke-8. New York: McGraw-Hill, 2019.
- [5]R. L. Graham, D. E. Knuth, dan O. Patashnik, Concrete Mathematics, edisi ke-2. Reading: Addison-Wesley, 1994.
- [6]T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, dan C. Stein, Introduction to Algorithms, edisi ke-4. Cambridge: MIT Press, 2022.
- [7]R. Munir, "Logika dan Penalaran," Slide Kuliah IF1220 Matematika Diskrit, Program Studi Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung, 2026. Tersedia: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2025-2026/matdis25-26.htm>
- [8]R. Munir, "Relasi dan Fungsi," Slide Kuliah IF1220 Matematika Diskrit, Program Studi Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung, 2026. Tersedia: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2025-2026/matdis25-26.htm>

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 19 Juni 2026



Jason Hartanto (13525050)